

Análisis Matemático

Ing. en Informática - Ing. Téc. Inf. de Sistemas - Ing. Téc. Inf. de Gestión

1. a) Prueba que la ecuación

$$x^2 = x \sin(x) + \cos(x)$$

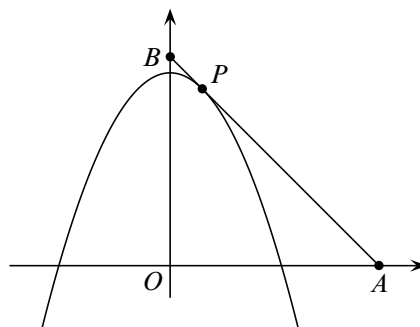
tiene exactamente dos soluciones reales.

- b) Prueba que para todo $x > 0$ se verifica que:

$$\frac{x-1}{x} \leq \log(x).$$

¿Cuándo se da la igualdad?

2. Calcula un punto $P = (u, v)$, con $u > 0$, de la parábola $y = 3 - x^2$ de forma que el triángulo OAB determinado por la tangente a la parábola en dicho punto y los ejes coordenados tenga área mínima. Justifica que el resultado obtenido es un mínimo absoluto.



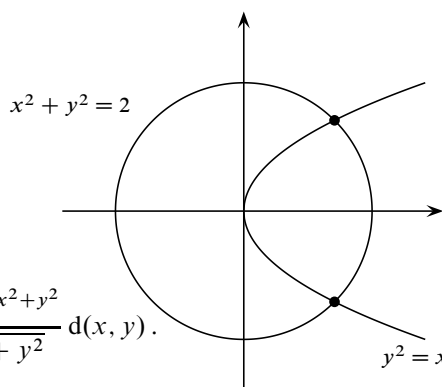
3. a) Clasifica los puntos críticos del campo escalar:

$$f(x, y) = x^2 y^3 + x^2 + 6y^2.$$

- b) Calcula los extremos absolutos de dicho campo en el conjunto $K = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 5\}$.

4. Elige para hacer uno de los dos siguientes ejercicios a) o b).

- a) Calcula el área de las dos partes en que la parábola $y^2 = x$ divide al círculo $x^2 + y^2 = 2$.



- b) Calcula la integral:

$$\iint_A \frac{\sqrt{x^2 + y^2} e^{x^2 + y^2}}{x + \sqrt{x^2 + y^2}} d(x, y).$$

Donde:

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq y, 0 \leq x, x^2 + y^2 \leq 1\}.$$